

Методи розв'язування раціональних рівнянь

1. Використання умови рівності дробу нулю

Метод передбачає застосування умови рівності дробу нулю.

$$\frac{a}{b} = 0 \text{ тоді і тільки тоді, коли } a = 0, b \neq 0.$$

Розглянемо рівняння: $\frac{y+3}{y-2} = 0$.

Відповідно маємо:

$$y + 3 = 0, \quad y - 2 \neq 0$$

$$y = -3, \quad y \neq 2$$

Відповідь. $y = -3$.

Завдання 1. Розв'яжіть рівняння, використовуючи умову рівності дробу нулю.

а) $\frac{2+x}{x-2} = 0$

б) $\frac{5x^2}{4x-1} = 0$

в) $\frac{7x-14}{x-2} = 0$

2. Використання основної властивості пропорції

Метод передбачає застосування основної властивості пропорції.



Основна властивість пропорції



Добуток крайніх членів дорівнює добутку середніх членів.



середні члени

$$a : b = c : d$$

крайні члени

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

середні члени

крайні члени

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Розглянемо рівняння: $\frac{3}{x-3} = \frac{6}{x+2}$.

Відповідно до властивості маємо:

$$3 \cdot (x+2) = 6 \cdot (x-3)$$

$$3x + 6 = 6x - 18$$

$$3x - 6x = -18 - 6$$

$$-3x = -24$$

$$x = 8$$

Відповідь. $x = 8$.

$$\text{ОДЗ: } x - 3 \neq 0, \quad x + 2 \neq 0$$

$$x \neq 3 \quad x \neq -2$$

Завдання 2. Розв'яжіть рівняння, використовуючи основну властивість пропорції.

а) $\frac{3+x}{x-3} = \frac{6}{5}$

б) $\frac{5}{2x+1} = \frac{4}{7-x}$

в) $\frac{7+2x^2}{x-3} = 2x-4$

3. Віднімання від обох частин рівняння одного й того самого виразу
Метод передбачає віднімання від обох частин рівняння одного й того самого виразу, визначеного на ОДЗ.

Розглянемо рівняння: $\frac{x^2}{x+4} - 2x = 10 + \frac{x^2}{x+4}$. ОДЗ: $x \neq -4$

Як бачимо, у правій та лівій частині рівняння є однаковий дріб $\frac{x^2}{x+4}$.

Віднімемо його від обох частин рівняння. Маємо:

$$-2x = 10$$

$$x = -5$$

Відповідь. $x = -5$.

Завдання 3. Розв'яжіть рівняння, використовуючи метод віднімання від обох частин рівняння одного й того самого виразу.

а) $3x + \frac{5}{2x} = \frac{5}{2x} - 9$ б) $\frac{7+x}{x-3} + 4 = 2x - \frac{7+x}{x-3}$ в) $\frac{2x^2}{x^2-25} + 4x = \frac{2x^2}{x^2-25} - 4$