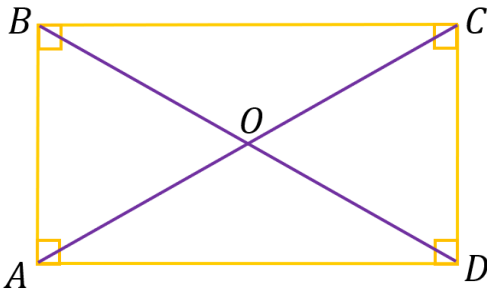


Властивості та ознаки прямокутника

Теорема (властивість прямокутника): Діагоналі прямокутника рівні.

Доведення:



Розглянемо прямокутник $ABCD$ з діагоналями AC і BD .

$\triangle ADC$ та $\triangle BAD$ – прямокутні ($\angle D = \angle A = 90^\circ$)

$DC = BA$ (за власт. протилежних сторін прямокутника)

AD – спільний катет

Звідси, $\triangle ADC = \triangle BAD$ (за двома катетами).

З рівності трикутників випливає рівність їх гіпотенуз AC і BD .

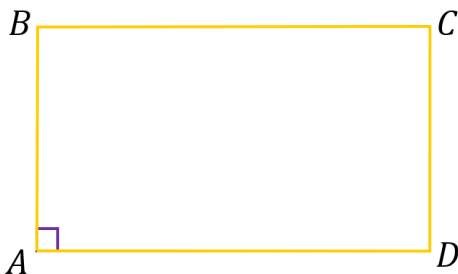
Отже, $AC = BD$.

Доведено!

Наслідок: Точка перетину діагоналей прямокутника рівновіддалена від усіх його вершин.

Теорема (ознака прямокутника): Якщо в паралелограмі один із кутів прямий, то цей паралелограм є прямокутником.

Доведення:



Нехай $ABCD$ – паралелограм. $\angle A = 90^\circ$.

$\angle C = \angle A = 90^\circ$ (за властивістю протилежних кутів паралелограма)

$\angle A + \angle B = 180^\circ$ (за властивістю про суму кутів паралелограма, прилеглих до однієї сторони)

Звідси, $\angle B = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

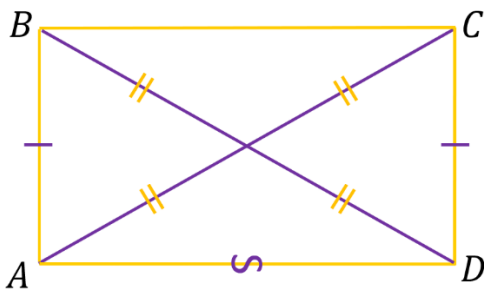
Аналогічно, $\angle B = \angle D = 90^\circ$ (за властивістю протилежних кутів паралелограма)

Звідси, $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.

Отже, $ABCD$ – прямокутник.

Доведено!

Теорема (ознака прямокутника): Якщо діагоналі паралелограма рівні, то цей паралелограм є прямокутником.



Доведення:

Нехай $ABCD$ – паралелограм. AC і BD – діагоналі паралелограма, $AC = BD$.

Розглянемо $\triangle ADC$ та $\triangle BAD$:

AD – спільна сторона;

$AB = CD$ (за властивістю протилежних сторін паралелограма);

$AC = BD$ (за умовою).

Отже, $\triangle ADC = \triangle BAD$ (за трьома сторонами).

Звідси, $\angle A = \angle D$ (з рівності трикутників, за властивістю рівності геометричних фігур)

$\angle A = \angle D$, які є кутами, прилеглими до сторони AD паралелограма $ABCD$.

$\angle A + \angle D = 180^\circ$ (за властивістю про суму кутів паралелограма, прилеглих до однієї сторони)

Звідси, $\angle A = \angle D = 90^\circ$.

$\angle C = \angle A = 90^\circ$; $\angle B = \angle D = 90^\circ$ (за властивістю протилежних кутів паралелограма)

Звідси, $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.

Отже, $ABCD$ – прямокутник.

Доведено!