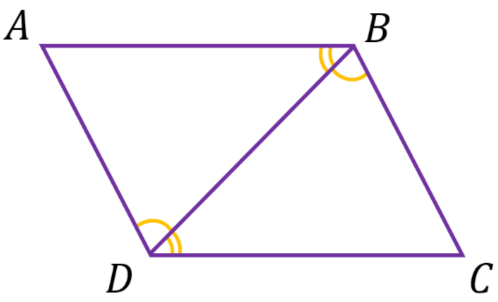
Властивості паралелограма

Теорема (властивість сторін паралелограма): Протилежні сторони паралелограма рівні.

Доведення:



Розглянемо чотирикутник $ABCD$ − паралелограм.

$AB \parallel CD; AD \parallel BC$ (за означенням паралелограма).

BD − діагональ паралелограма.

Розглянемо ΔABD та ΔCDB:

BD − спільна сторона;

$\angle ABD = \angle CDB$ (як внутрішні різносторонні кути при двох паралельних прямих AB і CD та січній BD);

Аналогічно, $\angle ADB = \angle CBD$ (як внутрішні різносторонні кути).

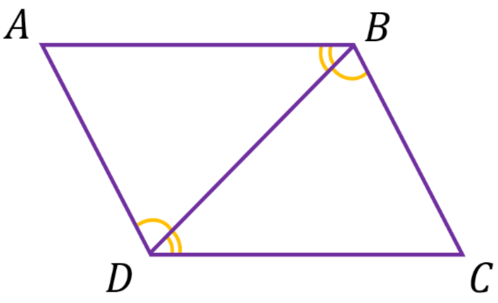
Звідси, $\Delta ABD = \Delta CDB$ (за стороною та двома прилеглими кутами).

Отже, $AB = CD$; $AD = BC$ (як відповідні сторони рівних трикутників).

Доведено!

Теорема (властивість кутів паралелограма): Протилежні кути паралелограма рівні.

Доведення:



Розглянемо чотирикутник $ABCD$ − паралелограм.

$AB \parallel CD; AD \parallel BC$ (за означенням паралелограма).

BD − діагональ паралелограма.

Розглянемо ΔABD та ΔCDB:

BD − спільна сторона;

$\angle ABD = \angle CDB$ (як внутрішні різносторонні кути при двох паралельних прямих AB і CD та січній BD);

Аналогічно, $\angle ADB = \angle CBD$ (як внутрішні різносторонні кути).

Звідси, $\Delta ABD = \Delta CDB$ (за стороною та двома прилеглими кутами).

Отже, $\angle BAD = \angle DCB$ (як відповідні кути рівних трикутників).

$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$ (за властивістю вимірювання кутів)

$\angle ADC = \angle CDB + \angle BDA$ (за властивістю вимірювання кутів)

$\angle ABD = \angle CDB$ (як внутрішні різносторонні кути)

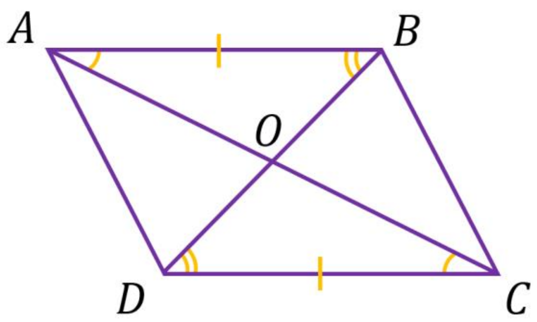
$\angle ADB = \angle CBD$ (як внутрішні різносторонні кути)

Отже, $\angle ABC = \angle ADC$ (кожен з них є сумою пари рівних кутів).

Доведено!

Теорема (властивість діагоналей паралелограма): Діагоналі паралелограма діляться точкою перетину навпіл.

Доведення:



Розглянемо $ABCD$ – паралелограм.

AC та BD – діагоналі паралелограма;

Точка O – точка перетину діагоналей AC та BD.

Доведемо, що $AO = OC; BO = OD$.

Розглянемо ΔAOB та ΔCOD:

$AB = DC$ (за властивістю протилежних сторін паралелограма)

$\angle ABD = \angle CDB$ (як внутрішні різносторонні кути)

$\angle BAC = \angle DCA$ (як внутрішні різносторонні кути)

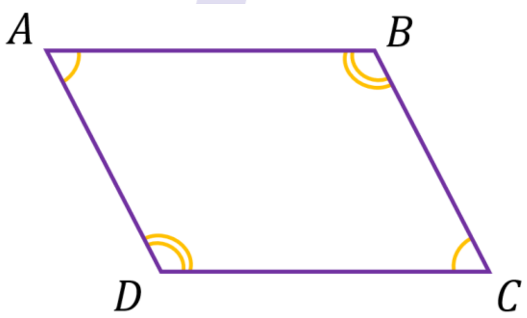
Звідси, $\Delta AOB = \Delta COD$ (за стороною та двома прилеглими кутами).

Отже, $AO = OC; BO = OD$ (як відповідні сторони рівних трикутників)

Доведено!

Теорема (властивість прилеглих до сторони кутів паралелограма) : Сума кутів, прилеглих до однієї сторони паралелограма, дорівнює $180°$.

Доведення:



Розглянемо чотирикутник $ABCD$ – паралелограм.

$AB \parallel CD; AD \parallel BC$ (за означенням паралелограма).

$\angle CDA + \angle DAB = 180°$ (за властивістю внутрішніх односторонніх кутів при двох паралельних прямих AB і CD та січній AD);

$\angle DAB + \angle ABC = 180°$ (за властивістю внутрішніх односторонніх кутів при двох паралельних прямих AD і BC та січній AB);

$\angle ABC + \angle BCD = 180°$ (за властивістю внутрішніх односторонніх кутів при двох паралельних прямих AB і CD та січній BC);

$\angle BCD + \angle CDA = 180°$ (за властивістю внутрішніх односторонніх кутів при двох паралельних прямих AD і BC та січній CD).

Доведено!