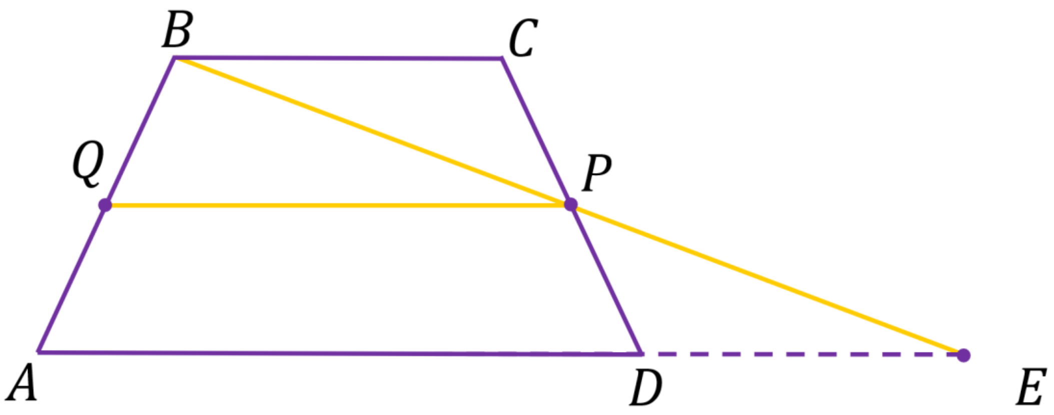
Середня лінія трапеції

Теорема: Середня лінія трикутника паралельна основам і дорівнює їх півсумі.

Доведення:



Нехай $ABCD$ – дана трапеція. Проведемо через вершину B і точку P – середину бічної сторони CD пряму. Вона перетинає пряму AD у деякій точці E.

Розглянемо ΔPBC та ΔPED, що утворилося внаслідок побудов.

$CP = PD$ (оскільки за побудовою точка P – середина CD);

$\angle BPC = \angle EPD$ (як вертикальні кути);

$\angle BCP = \angle EDP$ (як внутрішні різносторонні кути при паралельних прямих AD та BC і січною CD)

Звідси, $\Delta PBC = \Delta PED$ (за другою ознокою рівності трикутників).

З рівності трикутників випливає рівність сторін: $PB = PE$; $BC = DE$.

Отже, середня лінія трапеції PQ є середньою лінією ΔABE (за означенням).

За властивістю середньої лінії трикутника $PQ \parallel AE$ і відрізок $PQ = \frac{1}{2}AE$.

$BC = DE$ (як відповідні сторони рівних трикутників);

$AE = AD + DE = AD + BC$.

Отже, $PQ = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{AD+BC}{2}$.

Теорему доведено!