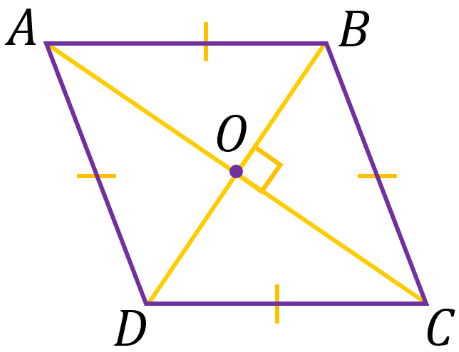
Площа ромба

Теорема (про площу ромба): Площа ромба дорівнює півдобутку діагоналей.

Доведення:



Нехай $ABCD$ – ромб.

AC та BD – діагоналі ромба, які перетинаються в точці O під прямим кутом.

Діагональ AC ділить ромб на два трикутники - ΔABC та ΔADC.

Розглянемо ΔABC та ΔADC:

$AB = BC = AD = DC$ (за властивістю сторін ромба);

AC – спільна сторона.

Звідси, $\Delta ABC = \Delta ADC$ (за трьома сторонами)

Площа ромба рівна сумі двох рівних трикутників:

$$S_{ABCD} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ADC}$$

$BO = OD$ (за властивістю діагоналей ромба);

$BD = BO + OD$ (за основною властивістю вимірювання відрізків);

$BD \perp AC$ (за властивістю діагоналей ромба).

Звідси, $BO \perp AC$, $DO \perp AC$.

Розглянемо ΔABC:

BO – висота трикутника; AC – основа трикутника.

Звідси, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BO$.

Розглянемо ΔADC:

DO – висота трикутника; AC – основа трикутника.

Звідси, $S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} AC \cdot DO$.

Підставивши в формулу площі ромба як суму площ двох трикутників, отримаємо:

$S_{ABCD} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ADC}$;

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BO + \frac{1}{2} AC \cdot DO = \frac{1}{2} AC \cdot (BO + DO) = \frac{1}{2} AC \cdot BD$.

Отже, $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$.

Доведено!