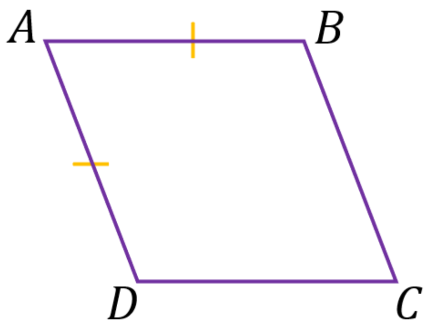
Ознаки ромба

Теорема 1: Якщо в паралелограма дві сусідні сторони рівні, то цей паралелограм є ромбом.



Доведення:

Нехай $ABCD$ – паралелограм.

$AB = AD$ (за умовою)

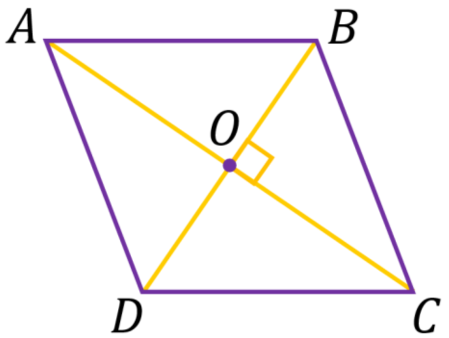
$AB = DC$; $AD = BC$ (за властивістю протилежних сторін паралелограма)

Звідси, $AB = BC = CD = AD$.

Отже, $ABCD$ – ромб (за означенням).

Доведено!

Теорема 2: Якщо в паралелограма діагоналі перетинаються під прямим кутом (взаємно перпендикулярні), то цей паралелограм є ромбом.



Доведення:

Нехай $ABCD$ – паралелограм.

$AO = OC$ (за властивістю діагоналей паралелограма)

$BO = OD$ (за власт. діагоналей паралелограма)

$AC \perp BD$ (за умовою)

Розглянемо ΔAOD та ΔAOB:

$BO = OD$ (за власт. діагоналей паралелограма);

AO – спільна сторона;

$\angle AOD = \angle AOB = 90°$ (за властивістю перпендикулярних прямих)

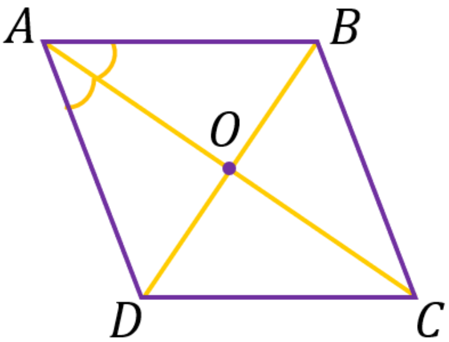
Отже, $\Delta AOD = \Delta AOB$ (за двома сторонами та кутом між ними).

Звідси, $AB = AD$ (як відповідні елементи рівних трикутників).

Отже, паралелограм $ABCD$ – ромб (за попередньою ознакою ромба).

Доведено!

Теорема 3: Якщо в паралелограма діагональ є бісектрисою його кутів, то цей паралелограм є ромбом.



Доведення:

Нехай $ABCD$ − паралелограм.

AC − діагональ паралелограма;

AC − бісектриса $\angle DAB$ (за умовою).

Звідси, $\angle DAC = \angle CAB$ (за властивістю бісектриси кута)

$AB \parallel DC$ (за властивістю сторін паралелограма)

$\angle DAC = \angle BCA$; $\angle CAB = \angle DCA$ (як внутрішні різносторонні кути при двох паралельних прямих AB і DC, та січній AC)

Звідси, ΔDAB – рівнобедрений;

$AB = AD$ (за властивістю рівнобедреного трикутника).

Отже, паралелограм $ABCD$ − ромб (за попередньою ознакою ромба).

Доведено!