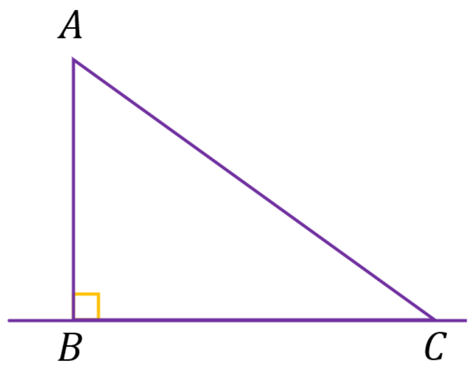
Властивості перпендикуляра і похилої

Властивість 1: У прямокутному трикутнику висота, проведена до гіпотенузи, є середнім пропорційним між проєкціями катетів на гіпотенузу.

Доведення:



Нехай похила AC, її проекція BC та перпендикуляр AB утворюють прямокутний трикутник ABC з прямим кутом B ($\angle B = 90°$).

Розглянемо ΔABC — прямокутний:

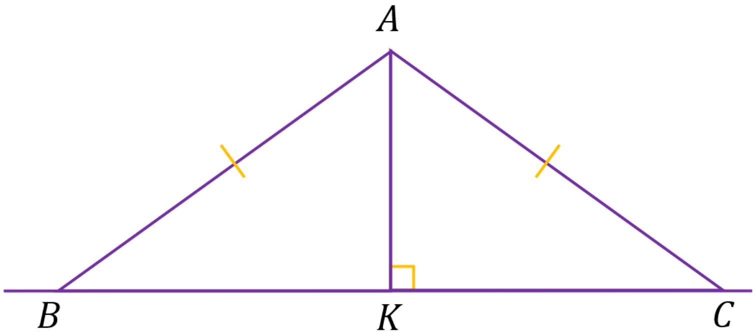
$\angle B = 90°$; AC — гіпотенуза; BC та AB – катети.

За властивістю сторін прямокутного трикутника: $BC < AC$; $AB < AC$.

Доведено!

Властивість 2: Рівні похилі, проведені з однієї точки, мають рівні проекції.

Доведення:



Розглянемо ΔAKB та ΔAKC:

$AB = AC$ (за умовою);

$\angle AKB = \angle AKC = 90°$ (за властивістю перпендикуляра).

Звідси, ΔAKB та ΔAKC – прямокутні трикутники.

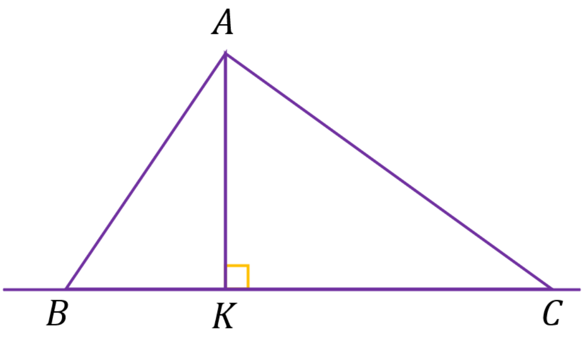
AK — спільний катет.

Звідси, $\Delta AKB = \Delta AKC$ (за катетом та гіпотенузою).

Отже, $KB = KC$ (як відповідні сторони рівних трикутників).

Доведено!

Властивість 3: З двох похилих, проведених з однієї точки, більшою є та, яка має більшу проєкцію.



Доведення:

Нехай AB та AC – похилі.

$KB < KC$ (за умовою).

Доведемо, що $AB < AC$.

Розглянемо ΔAKB – прямокутний:

$\angle AKB = 90°$ (за властивістю перпендикуляра);

$AB^2 = AK^2 + KB^2$ (за теоремою Піфагора).

Розглянемо ΔAKC – прямокутний:

$\angle AKC = 90°$ (за властивістю перпендикуляра);

$AC^2 = AK^2 + KC^2$ (за теоремою Піфагора).

Оскільки, $KB < KC$ (за умовою), то $AB^2 < AC^2$.

Отже, $AB < AC$.

Доведено!