Доведення теореми Вієта

Теорема Вієта: Якщо x_1 і x_2 – корені квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$, то $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$.

Доведення:

В умові дано, що рівняння має два корені – це означає $D>0$, маємо:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}, \qquad x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}.$$

Знайдемо суму і добуток коренів:

$$x_1+x_2=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}+\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-b+\sqrt{D}-b-\sqrt{D}}{2a}=-\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}\cdot\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{(-b)^2-\left(\sqrt{D}\right)^2}{4a^2}=\frac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2}=\frac{c}{a}$$

Якщо ж $D=0$, $b^2-4ac=0$, $b^2=4ac$, то $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$, тоді

$$x_1+x_2=2\cdot\left(\frac{-b}{2a}\right)=-\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2=\frac{b^2}{4a^2}=\frac{4ac}{4a^2}=\frac{c}{a}$$

Теорему доведено!