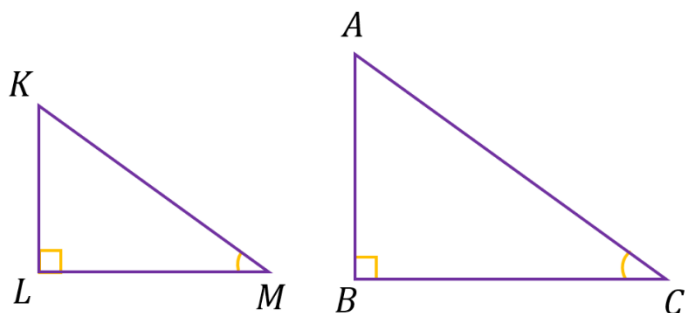


Співвідношення між сторонами та кутами прямокутного трикутника

Теорема: Якщо гострий кут одного прямокутного трикутника дорівнює гострому куту другого прямокутного трикутника, то синуси цих кутів рівні, косинуси цих кутів рівні, тангенс цих кутів рівні.

Доведення:



Розглянемо два прямокутних трикутники KLM та ABC :

$$\angle KLM = \angle ABC = 90^\circ;$$

$$\angle KML = \angle ACB \text{ (за умовою).}$$

$$\text{Звідси, } \triangle KLM \sim \triangle ABC \text{ (за}$$

ознакою подібності прямокутних трикутників за гострим кутом).

З подібності трикутників отримаємо відношення: $\frac{KL}{AB} = \frac{LM}{BC} = \frac{KM}{AC}$.

$$\text{Звідси, } \frac{KL}{KM} = \frac{AB}{AC}.$$

За означенням, $\sin M = \frac{KL}{KM}$, $\sin C = \frac{AB}{AC}$.

Отже, $\sin M = \sin C$ (якщо рівні праві частини запису, то рівні і ліві частини).

Аналогічно, з рівності відношень $\frac{KL}{AB} = \frac{LM}{BC} = \frac{KM}{AC}$ можемо довести, що $\cos M = \cos C$; $\operatorname{tg} M = \operatorname{tg} C$.

Отже, синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника не залежать від довжини сторін цього трикутника, а залежать лише від градусної міри його гострого кута.

Доведено!